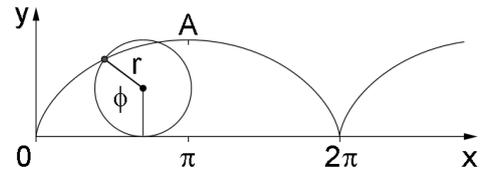


## Fahrrad-Preisfrage (Lösungsweg 2)

Die Translations- und Rollbewegung des Fahrradreifens kann mathematisch durch eine Zyklode beschrieben werden. In Parameterdarstellung lauten die Gleichungen:

$$x=r(\phi-\sin\phi) \quad \text{und} \quad y=r(1-\cos\phi)$$



wobei  $r$  den Radius des Kreises und  $\phi$  den sogenannten Wälzwinkel bezeichnet.

Da der Fahrradreifen mit  $v_0=20\text{km/h}$  die Straße entlang rollt, ist der Wälzwinkel zu ersetzen durch:

$$\phi=\omega t=\frac{v_0}{r}t$$

Dabei ist  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit und  $t$  die Zeit. Die obigen Gleichungen haben somit die Form:

$$x=v_0t-\sin\frac{v_0}{r}t \quad \text{und} \quad y=r\left(1-\cos\frac{v_0}{r}t\right)$$

Die Geschwindigkeit einer beliebigen Stelle auf dem Reifen ist gegeben durch:

$$v_x=v_0\left(1-\cos\frac{v_0}{r}t\right) \quad \text{und} \quad v_y=v_0\sin\frac{v_0}{r}t$$

Der höchste Punkt des Fahrradreifens hat vom Fußpunkt aus gesehen den Winkel  $\phi=\pi$  und ist identisch mit dem Scheitelpunkt A der Zyklode. Mit  $\phi=\pi$  bzw.  $t=\frac{\pi r}{v_0}$  ergeben sich:

$$v_x=v_0(1-\cos\pi)=2v_0 \quad \text{und} \quad v_y=v_0\sin\pi=0$$

Die Geschwindigkeit am höchsten Punkt des Fahrradreifens hat nur eine x-Komponente in Fahrtrichtung vom Betrag  $v_x=2v_0=40\text{km/h}$ .

Von anderen Stellen des Reifens fliegen die Wassertropfen, je nach Position des Winkels  $\phi$ , mit einer kleineren Geschwindigkeit weg.